베이지안 이론을 기반으로 한 수학과 교수-학습과정 설계 및 구현

Implementation of mathematics Teaching-Learning Lesson Plan Based on Bayesian Theory

변완섭[1], 김용성[2]

Wan-Sub Bean[1], Yong-Sung Kim[2*]

요약

오늘날, 수학교육 학습은 컴퓨터 교육공학보다는 수학 교수-학습설계에 의해 보다 직접적으로 학습능률과 효과영향을 받기 때문에 교수전략에 대한 심도있는 연구가 이루어지고 있다. 따라서, 본 논문에서는 학습자의 능력에 알맞은 학습문제가 동적으로 제시되는 DCAI를 이용하여, 학습 단계의 진단평가에 베이지안-이론을 적용한 새로운 문항분석법을 제안하여, 제안 방법에 따라 학습자를 학습능력별로 구분하여 학습환경을 구분함으로써 개인차를 고려한 교수-학습 전략시스템을 구현하는데 본 논문의 목적을 두고, 이를 설계·구현하였다.

핵심어: DCAI, 문항분석법, 베이지안이론, 교수-학습전략, 학습자수준

Abstract

As modern society is highly becoming more privy to a lot of information, a great deal of CAI programs are being introduced in education and so much effort is being concentrated to develop effective ways to utilize them. It is said that the education through CAI (Computer Assisted Instruction) can make it possible to interact not only between the user and computer, but also between computer and another computer by using different advantages compared with other things such as TV, slide, and so forth in educational technology. Various ways have been discussed to apply these programs for individualized instruction considering the learner's preparation and learning speed. In this paper, learning content appropriate to the learner's ability is dynamically presented through Teaching-Learning Lesson plan. By applying the new item analysis in the diagnostic test of a learning level, the teaching method, which is considered learner's ability and individual difference, is designed and implemented.

Keyword: CAI, Bayesian Theory, Teaching-Learning Lesson, learning level

1 Cheonbuk-do office of Education, Chungdae-Ro1, Wansan-Gu, Jeonju-city cheonllabuk-do 55065, Korea e-mail: ysbeun@jbe.go.kr

2 Department of Computer Science & Engreening, Cheonbuk Natational Univ, Bakjae-Ro, DuckJin-Gu, JeonJu-City, Cheonbuk-Do 54896, Korea e-mail: yskim@jbnu.ac.kr (Corresponding author)
Received(April 30.2015), Review (June 10.2015), Accepted(June 30.2015)

ⓒ 2015 NCISS

1. 서론

각 급 학교에서 수학을 가르치는 교사에게 당면하는 중요한 문제 중의 하나는 "어떻게 하면 수학에 거부감을 가지고 있는 학생들에게 즐거운 마음으로 흥미를 가지고 수학을 학습하도록 지도 할 수 있을까?" 라는 문제이다. 또한 이미 배운 학습내용을 보다 구체적으로 이해하기 위해서는 그것을 반복 학습하거나 심화된 보충학습을 할 필요가 있다. 그러나 한 사람의 교수가 많은 학생들을 대상으로 수업하는 교실에서 실시되고 있는 종래의 집단적 교수 방법으로는 개인별로 학습 내용의 교정, 심화, 보충 등의 학습과정과 인지 과정이 실현되기가 매우 어려운 실정이다. 따라서 이러한 경우에 다양한 교육 공학적 측면에서 컴퓨터에 내재되어 있는 처리의 고속성, 정확성, 재생성, 용량성, 여러 가지 변인에 대응하는 다양성 및 애니메이션과 시뮬레이션 등을 이용하면 개인차에 따라 학습자의 학습능력과 학습 진도에 알맞게 개별화 학습을 가능케 하는 교육적 환경을 조성할 수 있다[1-2].

현대 사회가 고도로 정보화 되어 감에 따라 교육 분야에서도 컴퓨터 보조 수업이 소개되어, 이의 효과적인 활용 방법을 찾으려는 많은 노력이 결실을 맺어, 컴퓨터를 교육매체에 적용한 것이 CAI(Computer Assisted Instruction)이다[1].

일반적으로 학습은 컴퓨터 보다는 교수-학습 과정에 의해 보다 직접적으로 영향을 받게 되는 것이고, 컴퓨터는 단지 교육에서 활용되는 도구일 뿐이다. 본 논문에서는 학습자의 눈높이에 적합한 교수-학습 과정에 따른 학습 문제가 동적으로 제시되는 컴퓨터 보조 수업 안을 이용하여 학습단계의 진단 평가에 새로운 문항 분석법을 적용함으로써 학습자를 능력별로 구분하여, 학습하게 하는 개인차에 고려한 교수 전략 시스템을 구현하는데 목적이 있다.

2. 관련연구

2.1 CAI 개념과 e-Learning

컴퓨터가 최초로 학교에 도입된 것은 1960년대 초로 그 당시 컴퓨터는 주로 관리의 효율성을 높이기 위해서 사용되었으나 그 후 컴퓨터는 관리 기능뿐만 아니라 학습의 주제 및 수단으로 이용하게 되었다.

ⓒ 2015 NCISS

컴퓨터를 통한 교육의 가장 보편적인 형태는 컴퓨터 보조학습(CAI:Computer Assisted Instruction)이라 할 수 있다. CAI란 교수 학습 과정에 있어서 컴퓨터 시스템의 적용에 의해 교수 학습 기능이 성취되는 이른바 컴퓨터 보조 수업이란 의미의 인간-기계의 상호작용이라 할 수 있다[3].

CAI에 의한 교육적 특성에는 첫째, 개인의 능력에 따라 다각적으로 학습할 수 있는 개별화 교수가 가능하다는 것이다.

학습자의 개인차를 고려한 지도는 학습하고자 하는 의욕을 증가시키고 학습 효과를 배가 시킬 수 있다. 둘째는, 컴퓨터와 학습자 간의 상호작용이 증대된다. 학습자가 수업 목표를 달성하려면, 학습자와 컴퓨터 간에 정보교환이 활발하게 이루어져야만 하고, 컴퓨터와 학습자간에 대화식 수업도 가능한 것이 e-Learning 이다.

오늘날에는 인터넷의 발달로 언제 어디서나 학습자의 학습 수준에 맞게 개발 운영되는 e-Learning 수업이 일반화 되고 있다[2].

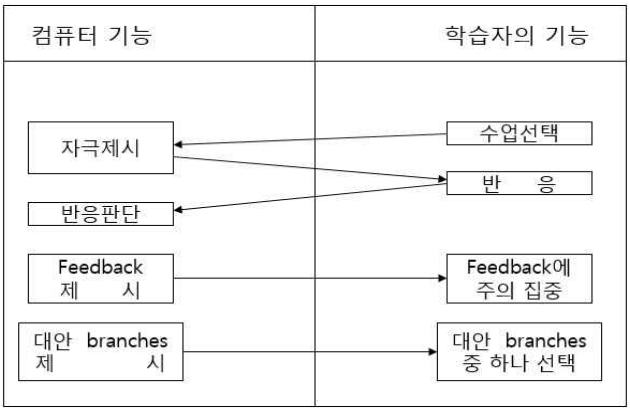
2.2 CAI 교수 전략

[표 2-1] CAI 교수 유형과 특징
[Table 2-1] CAI Teaching type and Characteristic

CAI 교수 유형	특징
○반복 연습 (Drill and practice)형	정규 학습에서 숙달할 수 없는 교과내용이나 개념과 관련되는 연습 문제나 질문 등을 컴퓨터를 이용하여, 반복적으로 제시해 정규 수업 과정을 보충 심화시켜주는 유형
○개인 교수(Tutorial)형	학습 내용 전체를 컴퓨터만을 이용해서 독자적으로 자율 학습을 수행하는 방식으로 교과내용에 제시된 내용이나 법칙을 학습자들이 학습하고 평가형, 기능을 실습하는 유형
○시뮬레이션(Simulation)형	사회적, 물리적 실재에 관한 어떤 요소들이 시공간적, 경제적인 제한 때문에 실제 조작해 볼 수 없는 상황일 때 컴퓨터로 모의 실제 속에서 실제 조건과 유사한 경험을 얻는 방식
○교육용 게임(Learning game)형	기본적인 지식을 가지고, 일련의 기능을 수행해나가거나 얻던 개념의 숙달 정도를 컴퓨터게임을 통해 평가받는 방식으로, 상대와 경쟁과 인지 기능의 신장이 특징
○자료제시(Presentation)형	다른 시각적 매체와 마찬가지로 설명에 필요한 상황이나 내용을 그림, 도표로 제시하여 쉽게 이해할 수 있도록 제시하는 학습 유형
○문제 해결(Problem solving)형	시행착오 학습의 원리 및 분기시스템 등을 이용하여 학습자가 이해하기 어려운 교과 내용들을 계속적인 문제제시와 함께 학습자들이 제시한 문제를 해결하면서 지식을 습득하는 유형
○질문(Question)형	학습자가 요구하는 질문에 대하여 컴퓨터에 기억된 정보를 통하여 학습자에게 답을 제공하는 유형

ⓒ 2015 NCISS

또한, CAI에서는 학습자의 학습 진행 상황이나 성취 결과에 대한 모든 자료가 기록되고 종합화 되어 통계적으로 분석하여 그 결과를 제공함으로써 교사가 각 학습자에 대한 개별 지도가 가능한 매우 효과적인 교수 방법이라고 할 수 있으며, 컴퓨터와 학습자간 주요기능은 [표 2-2]과 같다[5].



[그림 2-1] 컴퓨터와 학습자간의 기능
[Fig. 2-1] Computers and learners

2.3 수학과 교수 학습 모형

수학과 교수-학습에 효과적으로 사용될 수 있는 학습 유형은 수학과 교수 학습 내용의 성격에 따라 분류할 수도 있지만, 학습 지도 과정 측면에서 학습 유형을 비교해 보면 [표 2-2]와 같다[3][6].

[표 2-2] 학습 유형의 비교
[Table 2-2] Comparsion of learning type

유형 / 학자	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ		Ⅳ
가네	변별학습	개념학습	원칙학습		문제해결
블룸	사실에 관한 지식	개념에 관한 지식	원리법칙에 관한 지식		적용
정범모	-	개념학습	법치학습	이론학습	-

본 논문에서는 이러한 수학의 본질을 기반으로, 그이 따른 효과적인 수학 교육을 위하여, 학생들에게 학습 동기를 유발 할 수 있는 자극을 주고, 개인차에 따른 능력에 적합한 학습 문제를 동적으로 제시하는 교수-학습 과정을 제시하고 구현하고자 한다.

ⓒ 2015 NCISS

2.4 문항 분석법

학교 현장에서 학생들의 학업성적을 평가하기 위한 도구로서 주로 시험이나 검사가 이용되고 있다. 이와 같은 평가 도구로부터 나오는 검사 점수를 해석하기 위해서 종전까지는 고전적 검사이론(classical test theory)이 널리 적용되어 왔다. 그러나 최근에 들어서는 고전적 검사 이론이 내포하고 있는 여러 문제점들을 해결 하고자 문항 반응 이론(item response theory)을 활용하고 있다.

문항 반응 이론에서는 고전 검사 이론에서처럼 검사 점수에 기초하는 것이 아니라 검사 내 각각의 문항에 대한 피험자의 반응에 중점을 두고 있다. 즉 문항 반응 이론의 근본적인 관심은 한 피험자가 각각의 문항에 대하여 맞았는지 또는 틀렸는지에 있는 것이다. 이런 것들을 종합해 볼 때 문항 반응 이론은 고전적 검사 이론의 기본 개념과 상반되는 이론 이라기보다는 몇 가지 가정을 추가하여 고전 검사 이론이 내포하는 문제점들을 해결하고자 하는 이론이다. 비록 문항 반응 이론을 적용하는 것이 고전적 검사 이론에 비하여 많은 비용이 들고 복잡한 후리 계산을 위한 컴퓨터의 활용이 요구되지만 문항 반응 이론은 당양한 측정 상황에서 학습자의 능력과 수준을 비교적 정확히 측정할 수 있다.

3. 수학과 교수-학습 과정 설계

3.1 기본 방향

수학 수업의 과정을 고려해 볼 때 새로운 내용의 학습을 위해서는 개인 교수형을 채택하고, 그런 지식을 통하여 수학 교육의 목표인 사고 능력을 함양하기 위해서는 반복 학습형을 이용하여 지식 이해 기능 등 모든 면에서 완성되어지는 학습을 할 수 있는 혼합형 교수 전략을 설계하며, 기본방향은 다음과 같다[7-8].

* 학습 목표를 명확히 제시하여 학습할 내용을 정확히 인지하도록 한다.
* 선수 학습을 통하여 학생 수준에 맞게 동적으로 학습 코스가 제시된다.
* 진단 평가를 실시하여 수준에 맞는 곳으로 피드백 한다.
* 총괄 평가를 실시하여 공부한 내용을 평가하고 정리한다.
* 학습자 자신이 학습 능력에 맞게 학습 속도를 조절할 수 있다.

ⓒ 2015 NCISS

3.2 베이지안 정리를 이용한 문항 분석법

본 논문에서는 이에 대한 개선책으로 통계학의 'Bayesian approach'를 이용한 문항 분석법을 도입하여 학습자의 능력과 수준을 분류하여 개별화된 능력별 학습을 도보하는데 보다 더 신뢰할 수 있는 검사 결과를 얻을 수 있도록 하였다.

지적인 행위를 요하는 대부분의 일은 그것들과 관련된 어느 정도의 불확실성을 가지고 있다. knowledge-based system에서 발생할 수 있는 uncertainty의 유형은 자료들의 문제에서 야기되는데 예를 들면 생략되고 이용할 수 없는 자료나, 자료는 있으나 믿을 수 없고 애매모호하거나 자료의 묘사나 설명이 정확하지 않고 일치하지 않는 것 등이다. Bayesian approach는 uncertainty를 처리하는 가장 오래되고 가장 명확한 기술이며 이는 전형적인 확률론에 그 토대를 두고 있다.

본 논문에서는 유사 정답을 찾은 학습자와 그렇지 못한 학습자를 차별화하기 위해서, 나름대로 단계별로 가중치를 부여하여 완전한 정답을 맞춘 학생과 매우 유사한 답 그리고 또한 단계적으로 근사된 답을 제시한 학생들을 분류하여 정답을 맞춘 학생들에게는 개별화된 학습 내용을 제시하자는 것이 주된 내용이다. 이를 위하여 Baye's Rule을 알아보면, 수식 1과 같이 표현된다.

$$p(y|x) = \frac{p(x|y) \times p(y)}{p(x)} \tag{1}$$

이것을 본 연구와 관련지어 아래와 같이 수식2로 변형하였다. 여기서 x_i들은 문항 가중치를, y는 문제 가중치를 뜻한다.

$$p(x_i|y) = \frac{p(x_i|y) \times y}{\sum_{i=1}^{5} (x_i \times y)} \tag{2}$$

ⓒ 2015 NCISS

3.3 교수-학습 과정 설계

학습 안내에서는 학습자가 올바르게 학습할 수 있도록 사용키 설명과 학습 방법 등을 제시하고 선수 학습과 그에 대한 진단평가를 실시한다. 평가에 있어서 문제와 문항에 가중치를 부여하고 베이스의 정리를 적용하여 보다 철저하게 개인의 수준을 판별해 낸다. 진단 평가 결과 학생의 지식 수준에 따라 학습 내용을 상, 중, 하 세 단계로 분리하여 진행하고 그것을 학습한 후 비로소 본 학습으로 들어 갈 수 있도록 한다[9].

본 학습에서 학습 목표를 제시하고 선수 학습에 따른 수준을 앞서와 같은 방법으로 다시 평가하여 수준별로 본 학습1, 본 학습2, 본 학습3 으로 나누어 학습하도록 한다. 또한 본 학습에 대한 형성 평가를 실시한다. 이때에도 새로운 문항 분석법이 적용된다. 그리고 형성 평가 결과에 따라 수준 이하인 경우 문항 분석에 의한 보충 학습을 하도록 하였다.

학습이 끝나면 총괄 평가를 실시하고 문항 분석을 통하여 미진한 부분을 차후 다시 학습할 수 있도록 안내한다.

학습을 시작하기 전에 지적 수준을 파악하여, 수준 별 학습하기 위한 논리적인 절차는 다음 그림과 같다.

```
PROCEDURE Preceding-learning
  input: object test problems
  output: learning level
  1. C←0;k←0;//C is No of problem
  2. C←C+1;
  3. k < (k+(xi * y) * /(xi * y))//Bayesianapproach//x is term weight,y is problem weight
  4. if problem = end then Go to2
  5. if k >= 1.60 then Go Tolevel1//learningtep level1
  6. if k >= 1.20 then Go Tolevel2
  7. Go Tolevel3
  8. END
```

[그림 3-1] 선수 학습 절차

[Fig. 3-1] Preceding learning procedure

ⓒ 2015 NCISS

진단 평가 문제에 대한 가중치 테이블은 [표 3-1]과 같다.

[표 3-1] 진단 평가 문제에 대한 문항의 가중치
[Table 3-1] Item weighting for diagnosis problem

문제 \ 문항	①	②	③	④	⑤	문제 난이도 (y)
1	1.0	0	0.8	0.6	0.4	1(下)
2	0.8	1.0	0	0.6	0.4	2(中)
3	0.4	0.8	1.0	0	0	3(上)

[표 3-1]의 가중치 테이블을 자료로 하여 베이스 정리에 얻어낸 문항분석에 대한 가중치는 [표 3-2]와 같다.

[표 3-2] 베이스 정리에 의해 구해진 문항 분석 가중치
[Table 3-2] Item analysis weighting using Bay's theorm

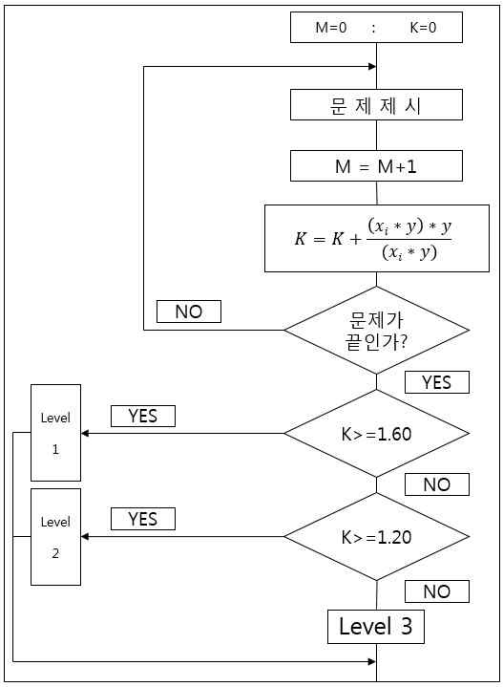
문제 \ 문항	1	2	3
①	0.35	0.57	0.42
②	0	0.70	0.84
③	0.28	0	1.05
④	0.21	0.42	0
⑤	0.14	0.28	0.63

4. 실험평가

4.1 구현환경

구현 환경은 제작도구 KAS2.0으로 운영체제는 window8.0을, PC를 사용하였으며, 구현을 위한 설계 순서도는 [그림 4-1]과 같다.

ⓒ 2015 NCISS



[그림 4-1] 학습과정의 흐름도
[Fig. 4-1] flow of learning procedure

4.1.1 실험 평가

실험은 소규모 중학교 2학년 2개 반을 실험 대상으로 선정하여, A반은 실제 수업만을, B반은 교수-학습 프로그램을 적용하여 실험한 결과는 [표 4-1]와 같다.

[표 4-1] 평가 결과 통계표 1 (A반과 B반의 비교)
[Table 4-1] Estimate result statisical Table

반 \ 비교치	N	M	SD	CR
A 반	40	57.6	11.5	2.4
B 반	40	63.4	10.7	

N: 인원수 M: 평균 SD: 표준편차 CR: 요율

[표 4-1]에 나타난 바와 같이 A반과 B반의 결과를 비교해 보면 평균, 표준편차 등에서 퍽 의의 있는 차를 보여주고 있다. 이것은 일반적이 수업보다는 제안한 교수-학습 과정안 전략을 이용한

ⓒ 2015 NCISS

학생들에게 더욱 효과적이었음을 입증해 주고 있다. 일반적인 실제 수업만을 실시한 반은 개별화의 효율성이 다소 부족하였으며 여러 가지 정보를 처리하는데 미숙하였다. 본 프로그램을 적용한 반은 개별화 효율이 높고, 학습동기가 우수하여 문제 해결 능력도 우수하였다.

5. 결론

학습자는 교수에게서 배운 학습 과제를 반복 연습하고 또한 심화 보충할 필요가 있다. 그러나 다인수 학급에서 실시되고 있는 종래의 전통적인 교수 방법으로는 학습자 개인별로 학습내용의 교정이나 심화 또는 보충 학습과정을 실현하기가 매우 어려운 실정이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 컴퓨터에 내재되어 있는 처리의 고속성, 정확성, 재생성, 용량성, 다양성 및 애니메이션과 시뮬레이션 등을 이용하연 개인차를 고려하여 학습자의 학습 능력에 따라 개별화 학습이 가능한 시스템을 개발할 수가 있다. 본 연구에서는 새로운 문항 분석법을 적용하여 신뢰도 높게 학습자의 수준을 판단하고 그 수준에 따라 학습 문제가 동적으로 제시되는 수학 교수-학습 과정안을 이용하여 중학교 수학의 '부등식'단원에 대한 개인 교수 전략 시스템을 개발하고 구현하여 학습자에 적용해 봄으로써 다음과 같은 효과를 거둘 수 있었다. 향후에는 본 연구에 맞는 문제와 문항을 선정하는 보다 더 효과적인 방법을 연구하고 이 모형을 더욱 개선하며, 1개 단원 1차시가 아닌 여러 단원 여러 차시를 구현하여 학습의 연계성과 학습 효과를 높이는 것이다.

ⓒ 2015 NCISS

References

[1] K. Murphy, UC Berkeley Computer Science Division. (2002).

[2] B. Kevin, Bayesian Artificial Tntelligence, Chapman & Hall, USA (2004).

[3] Tatsuoka, K. K. J. Corter, C. Tatsuoka, American Educational Research Journal. (2004), Vol.41, pp.901-926

[4] J. Collett, "Adapting the Author Language Perform for Test Purpose", British J. of Educational Technology. (1988), Vol 19, No 2, pp96-104.

[5] R. T. Johnson, D, W. Johnson, M. B. Stanne, American Educational Research Journal. (1986), Vol.23.3, pp.382-392.

[6] S. I. Park, Korea University The Graduate School of Education. (1990).

[7] Y. K Cheon, Journal of the Korean School Mathematics Society. (2007), Vol.10, No.1, pp.27-43.

[8] K. H. Lee, H. W. Jeong, Asia Pacific Education Review. (2014), Vol.17, No.2, pp.177-205.

[9] H. K. Kim, Journal of the Korean School Mathematics Society. (2013), Vol.15, No.2, pp.289-314.

ⓒ 2015 NCISS